CAlculo Numérico

Interolação e aproximação polinimial

RAfael martins chimenes

# 1 Polinômios interpoladores de lagrange e Metodo de Newville

## 1.1 Lagrange

Para aproximar utilizando os polinômios interpoladores de Lagrange de grau 1, 2 e 3 conhecendo os pontos:

Para uma aproximação de grau 1, é um polinômio de primeiro grau que passa pelos pontos e .

Definimos:

Seja e :

De fato, se aplicarmos o polinômio em :

, da mesma forma p

Para uma aproximação de grau 2, é um polinômio de segundo grau que passa pelos pontos , e .

Definimos:

Seja , e :

De fato, se aplicarmos o polinômio em :

, da mesma forma para

Para uma aproximação de grau 3, é um polinômio de terceiro grau que passa pelos pontos , , e .

Definimos:

Seja , , e :

A tabela a seguir compara a aproximação para o ponto usando os polinômios de Lagrange de graus 1,2 e 3 que foram encontrados:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Sabendo que a função do problema é podemos calcular o valor exato de que é . Vemos que o polinômio de grau 3 é o que mais se aproxima do valor real por ser incluir uma maior quantidade de dados sobre a função.

## 1.2 Neville

A tabela abaixo mostra os resultados gerados pelo algoritmo do Método de Neville para encontrar a aproximação considerando os mesmos pontos da subseção anterior:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

## 1.3 limitante para o Erro

Usando a fórmula do erro de Lagrange temos um limitante para o erra nos casos e

Considerando , , e ,

Para

O erro absoluto real nesse caso é:

* **Lagrange:**
* **Neville:**

E para :

O erro absoluto real nesse caso é:

* **Lagrange:**
* **Neville:**

# 2 Diferenças Divididas de Newton e Spline Cúbico

Para aproximar considerando os dados a seguir:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## 2.1 Diferenças divididas de Newton

As diferenças divididas de Newton calculadas pelo algoritmo são:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Primeira diferença dividida | Segunda diferença dividida | Terceira diferença dividida |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

O polinômio de Newton nesse caso é

Para calcular a diferenças regressivas de Newton e aproximar , como a aproximação está mais próxima aos primeiros pontos dados, consideramos os valores da diagonal da tabela gerada pelo algoritmo, com isso temos e .

## 2.2 Spline Cúbico

Para aproximar o ponto definimos o Spline Cubico:

, para

A tabela a seguir mostra os valores gerados pelo algoritmo:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Como e está em consideramos o segundo polinômio:

## 2.3 Comparação entre os métodos

Conhecendo a função do problema, , podemos saber a aproximação exata, e assim calcular o erro absoluto para os métodos usados:

* **Newton:**
* **Spline:**

Vemos que a aproximação resultante das diferenças progressivas e regressivas de Newton foi mais próxima a solução real.